

单元素养测评卷(一)A

第四章

(时间:120分钟 分值:150分)

一、选择题:本题共8小题,每小题5分,共40分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

- 已知数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n=n^2+2$,则123是该数列的 ()
A. 第9项 B. 第10项
C. 第11项 D. 第12项
- [2025·阜阳高二阶段练] 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的首项 $a_1=1, a_4=7$,则公差 d 等于 ()
A. 5 B. 3
C. 2 D. 1
- 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=1$,且当 $n \geq 2$ 时, $a_n = \begin{cases} 2a_{n-1}-1, & n \text{ 为偶数,} \\ 2a_{n-1}+2, & n \text{ 为奇数,} \end{cases}$ 则 $a_4 =$ ()
A. 7 B. 10
C. 12 D. 22
- [2026·安徽十校联盟高二期末] 若数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot \dots \cdot a_n = \frac{n+2}{2}$,则 $a_4 =$ ()
A. $\frac{6}{5}$ B. $\frac{5}{6}$ C. $\frac{5}{4}$ D. $\frac{4}{5}$
- [2025·绵阳南山中学高二月考] 已知数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = \frac{2n-2}{2n-15}$,则当 a_n 取到最小值时, n 的值是 ()
A. 6 B. 7
C. 8 D. 9
- 已知各项均为正数的等比数列 $\{a_n\}$ 中, $a_{n+1} < a_n, a_2 \cdot a_8 = 6, a_4 + a_6 = 5$,则 $\frac{a_5}{a_7} =$ ()
A. $\frac{5}{6}$ B. $\frac{6}{5}$
C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{3}{2}$
- 某种细胞开始时有2个,一小时后分裂为4个并死去1个,两小时后分裂为6个并死去1个,……,按照这种规律进行下去,100小时后细胞的存活数为 ()
A. $2^{100}-1$ B. $2^{100}+1$
C. $2^{99}-1$ D. $2^{99}+1$

- [2025·揭阳一中高二阶段练] 已知数列 $\{a_n\}$ 为等比数列,且 $a_1=1, a_9=16$,设等差数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ,若 $b_5=a_5$,则 $S_9 =$ ()
A. -18 B. ± 36
C. 36 D. 18

二、选择题:本题共3小题,每小题6分,共18分.在每小题给出的选项中,有多项符合题目要求.全部选对的得6分,部分选对的得部分分,有选错的得0分.

- 已知 $\{a_n\}$ 是等差数列,公差 d 不为0,若 a_2, a_5, a_9 成等比数列,则 ()
A. $a_1-d > 0$
B. $a_1d > 0$
C. $a_1(a_1-d) > 0$
D. $a_1a_2 < 0$
- [2026·河南安阳一中高二检测] 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = 9n - n^2$,则下列说法正确的是 ()
A. S_n 的最大值为20
B. a_1, a_7, a_4 成等比数列
C. 数列 $\left\{\frac{S_n}{n}\right\}$ 为递减数列
D. 数列 $\left\{\frac{a_n}{n}\right\}$ 为递增数列
- 数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = \frac{1}{2}, a_n - a_{n+1} = 2a_n a_{n+1} (n \in \mathbf{N}^*)$,数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ,且 $b_n = 1 + \frac{2}{3}S_n (n \in \mathbf{N}^*)$,则下列说法正确的是 ()
A. $\frac{1}{2025}$ 是数列 $\{a_n\}$ 中的项
B. 数列 $\{b_n\}$ 是首项为3,公比为3的等比数列
C. 数列 $\{a_n a_{n+1}\}$ 的前 n 项和 $T_n < \frac{1}{4}$
D. 数列 $\left\{\frac{b_n}{a_n}\right\}$ 的前 n 项和 $A_n = \frac{(2n-1) \cdot 3^{n+1}}{2} + \frac{3}{2}$

三、填空题:本题共3小题,每小题5分,共15分.

- 已知各项均为正数的等比数列 $\{a_n\}$ 满足 $\frac{a_4 a_5}{a_1 a_2} = \frac{1}{4}, a_3 = 1$,则 $a_6 =$ _____.
- 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ,若 $\frac{S_6}{S_3} = 5$,则 $\frac{S_9}{S_3} =$ _____.
- 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 1, a_{n+1} = \begin{cases} a_n + n - 3, & n \text{ 是奇数,} \\ 2a_n, & n \text{ 是偶数,} \end{cases} b_n = a_{2n} + 2n$,则 $\frac{b_{n+1}}{b_n} =$ _____,数列 $\{a_n\}$ 的前20项和 $S_{20} =$ _____.

四、解答题:本题共5小题,共77分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

- (13分)在等比数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 + a_2 = 5a_2 = \frac{5}{4}$.
(1)求 $\{a_n\}$ 的通项公式;
(2)求数列 $\left\{\frac{3}{4}a_n + 2n - 1\right\}$ 的前 n 项和 S_n .

- (15分)已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前3项和是24,前5项和是30.
(1)求等差数列 $\{a_n\}$ 的通项公式.
(2)若 T_n 是 $\{a_n\}$ 的前 n 项和,则 T_n 是否存在最大值?若存在,求 T_n 的最大值及取得最大值时 n 的值;若不存在,请说明理由.



17. (15分)[2026·湖南长郡中学高二期末] 已知等比数列 $\{a_n\}(n \in \mathbf{N}^*)$ 为递增数列,且 $a_3^2 = a_6, 5a_3 = 2a_2 + 2a_4$.

(1)求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2)设 $b_n = \frac{4n-2}{a_n}(n \in \mathbf{N}^*)$,数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ,证明: $S_n < 6$.

18. (17分)某高科技企业研制出一种型号为A的精密数控机床,A型车床为企业创造的价值逐年减少.若第1年A型车床创造的价值是250万元,且第1年至第6年,每年A型车床创造的价值减少30万元;从第7年开始,每年A型车床创造的价值是上一年的50%.现用 $a_n(n \in \mathbf{N}^*)$ (单位:万元)表示A型车床在第 n 年创造的价值.

(1)求数列 $\{a_n\}(n \in \mathbf{N}^*)$ 的通项公式.

(2)记 S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, $T_n = \frac{S_n}{n}$,企业经过成本核算,若 $T_n > 100$,则继续使用A型车床,否则更换A型车床,试问该企业应在第几年年初更换A型车床?

19. (17分)[2026·天津大港一中高二检测] 已知数列 $\{a_n\}$ 为等差数列, S_n 是数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和,且满足 $S_2 = 4, S_4 = 16$.数列 $\{b_n\}$ 的各项都是正数,且满足 $b_1 = a_1, b_3 = a_3 - 1, b_n b_{n+2} = b_{n+1}^2(n \in \mathbf{N}^*)$.

(1)求数列 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 的通项公式;

(2)记 $c_n = \begin{cases} (6n-7)b_n, & n \text{ 为奇数,} \\ a_n a_{n+2}, & n \text{ 为偶数,} \end{cases}$ 数列 $\{c_n\}$ 的前 $2n$ 项和为 T_{2n} ,

求 T_{2n} ;

(3)在 a_k 和 $a_{k+1}, k \in \mathbf{N}^*$ 中插入 k 个相同的数 $(-1)^{k+1} \cdot k$,构成一个新数列 $\{d_n\}: a_1, 1, a_2, -2, -2, a_3, 3, 3, 3, a_4, \dots$,求 $\{d_n\}$ 的前2025项和.